# Teoría de los coeficientes virtuales y algunas aplicaciones al Ferrocarril Central Chileno

POR

VÍCTOR BENÍTEZ RIESCO

SUMARIO.—I. Definición del coeficiente virtual. —II. Determinación del coeficiente, relativo a las resistencias de tracción.—Aplicación.—III. Determinación del coeficiente, relativo al consumo de combustible.—Aplicación.—IV. Determinación del coeficiente, relativo a los gastos de tracción.—V. Conclusiones.

## Coeficiente Virtual

Se denomina coeficiente virtual a la relación que puede establecerse entre un hecho real y otro ideal que se supone realizado en ciertas condiciones.

En los Ferrocarriles se usa muy a menudo los coeficientes virtuales; para comparar trozos diferentes de una línea.—Los coeficientes más empleados son los siguientes:

Coeficiente virtual relativo a las resistencias de Tracción;

Coeficiente virtual relativo al consumo de combustible;

Coeficiente virtual relativo al consumo de agua;

Coeficiente virtual relativo a los gastos de Tracción;

Coeficiente virtual relativo a los gastos de la vía;

Coeficiente virtual relativo a los gastos totales originados en Tracción, Vía, Trasporte, etc.

***

## Cálculo del coeficiente relativo a las resistencias de tracción

Se denomina coeficiente relativo a las resistencias, a la relación entre el trabajo real que es necesario efectuar para movilizar un tren entre ciertos puntos, comparado con el trabajo que sería necesario efectuar para trasladarlo, en la misma longitud, en recta y horizontal.

Sea una línea A B, en la cual hay curvas de radios R, de desarrollos I, como puede verse en la figura, en la cual se trata de hacer circular un tren de peso P +P', siendo P. el peso de la locomotora y P' el peso de los carros y ténder.

Llamando F, el esfuerzo que es necesario efectuar para trasladar el tren con una velocidad V, y

F el esfuerzo que sería necesario efectuar para trasladarlo en recta y horizontal; el coeficiente virtual quedaría dado por la expresión:

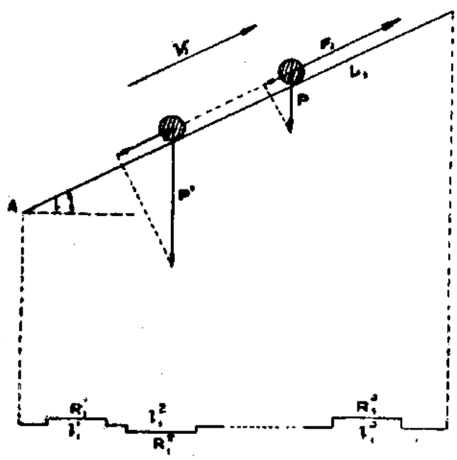

Fig. 1

$$a = \frac{F_1 \ . \ L_1}{F \ . \ L_1} \quad (1)$$

Los valores $F_1$ y F quedarían dados por las expresiones:

$$F^1 = \frac{P\, r_1^l + P' r_1^t}{}$$

$$F = \frac{P\, r_1^{lo} + P^1\, r_1^{to}}{} \quad (2)$$

fórmulas en las cuales:

$r_1^l$ es la resistencia total a la tracción para la locomotora, a la velocidad $V_1$.

$r_1^t$ es la resistencia total a la tracción para el tren y ténder, a la velocidad $V_1$.

$r_1^{lo}$ es la resistencia a la tracción para la locomotora en recta y horizontal a la velocidad $V_1$ y

$r_1^{to}$ es la resistencia a la tracción para el tren y ténder en recta y horizontal a velocidad $V_1$ .

La resistencia $r_1^l$ y $r_1^t$ pueden descomponerse en tres partes; resistencia para vencer los rozamientos, resistencias debidas a la inclinación $\underline{i}$ y resistencias debidas a las curvas.

Se tiene entonces:

$$\left.\begin{aligned} r_1^l &= r_1^{lo} \pm i + \frac{\Sigma R_1 l_1}{L_1} \\ r_1^t &= r_1^{to} \pm i + \frac{\Sigma R_1 l_1}{L_1} \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

El último término de las ecuaciones (3) puede asimilarse a una inclinación $C_1$ . Se tiene:

$$C_1 = \frac{\Sigma R_1 l_1}{L_1}$$

Reemplazando el valor de C, las fórmulas anteriores se transforman en:

$$\left.\begin{aligned} r_1^l &= r_1^{lo} \pm i + C_1 \\ r_1^t &= r_1^{to} \pm i + C_1 \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

En adelante cuando aparezca el valor C, él significará que es la inclinación en gradiente que corresponde a todas las curvas de un trozo de línea.

Reemplazando el valor dado en las expresiones (2) en (1) y generalizando la fórmula para una serie de trozos L que deban ser recorridos por el tren con velocidades constantes dentro de cada trozo, pero diferentes al pasar de uno a otro, se tendrá:

$$\alpha = \frac{P \, \Sigma \, r_1^l \, L_1 + P' \, \Sigma \, r_1^t \, L_1}{P \, \Sigma \, r_1^{lo} \, L_1 + P^1 \, \Sigma \, r_1^{to} \, L_1}$$

Haciendo en esta fórmula P o P' igual a cero, se obtendrán valores especiales del coeficiente $\alpha$, valores que corresponden al coeficiente virtual para la locomotora y para el tren respectivamente.

Sea $P' = 0$

$$\alpha_l = \frac{P \Sigma r_1^l L_1}{P \Sigma r_1^{lo} L_1} = \frac{\Sigma r_1^l L_1}{\Sigma r_1^{lo} L_1}$$

dividiendo el numerador y el denominador por la longitud L total se obtiene,

$$\alpha_l = \frac{\frac{\Sigma r_1^l L_1}{L}}{\frac{\Sigma r_1^{lo} L_1}{L}} = \frac{r_m^l}{r_m^{lo}} \quad (5)$$

fórmula en la cual m $r_m^l$ es el coeficiente medio de resistencia de tracción para la locomotora y

$r_m^{lo}$ el coeficiente medio de resistencia de tracción en horizontal y recta.

De la misma manera, siendo $P = 0$, se obtiene:

$$\alpha_t = \frac{r_m^t}{r_m^{to}} \quad (6)$$

Es muy conveniente referir el coeficiente $\alpha$ a los coeficientes $\alpha_l$, $\alpha_t$, $r_m^{lo}$ y $r_m^{to}$ lo que se consigue combinando las ecuaciones (4) (5) y (6).

$$\alpha = \frac{\alpha_l P r_m^{lo} + \alpha_t P' r_m^{to}}{P r_m^{lo} + P^1 r_m^{to}} \quad (7)$$

Esta es la expresión final que sirve para el cálculo del coeficiente virtual. Presenta la ventaja de que una vez calculados los coeficientes para un cierto tipo de tren, fácilmente se puede calcular el coeficiente virtual para una variación en el peso del convoy; pero siempre que las características de la locomotora, en lo que se refiere a ejes acoplados, no se modifiquen, pues una variación en este sentido haría cambiar el coeficiente.

Discusión de la fórmula $r_1 = r^o \pm i + c$.

En las aplicaciones pueden presentarse tres casos, que dependen del valor de $\underline{i}$ y que son los siguientes:

$$\begin{array}{lll|l} i = 0 & \text{Horizontal} & r_1 = r_o + C & r_1 > 0 \\ i > 0 & \text{Gradiente} & r_1 = r_o + i + C & r_1 > 0 \\ i > 0 & \text{Pendiente} & r_1 = r_o - i + C & r_1 \gtrless 0 \end{array}$$

En los primeros casos el valor de $r_1$ resulta siempre mayor que cero; pero en el último, el signo de $r_1$ depende directamente de $i$.—

Cuando $i > r_o + C$ el valor de $r_1$ resulta negativo, lo que indica que habrá siempre una fuerza constante, que tiende a acelerar el convoy y que dependerá, en magnitud, del peso total del tren.

En la práctica cuando las masas en movimiento adquieren velocidades exageradas hay necesidad de transformar esa energía en calor. En los casos de los trenes mediante una pieza de fundición conocida con el nombre de zapata, se logra crear un rozamiento de tal magnitud, que rápidamente baja la velocidad a los límites convenientes.

Para producir el acercamiento de las zapatas a las llantas de las ruedas existen dos procedimientos:

frenos de mano y
frenos automáticos.

El empleo de los frenos de mano, tiende a desaparecer debido a los muchos inconvenientes prácticos que presenta y sólo quedará como una medida de seguridad en el equipo moderno.

Los frenos automáticos más vulgarizados son los neumáticos. El actual equipo de coches y locomotoras de la Empresa de los FF. CC. del Estado, emplea el sistema de aire comprimido Westinghouse.

De lo expuesto se desprende que para transformar parte de la energía que adquiere un tren en una bajada en la cual $i > r_o + C$ se hace necesario gastar una cierta cantidad de trabajo para producir el acercamiento de las zapatas a las llantas ¿Qué valor tiene esta cantidad de trabajo gastada?

Inútil será demostrar que esta cantidad de trabajo es despreciable; sin embargo, es susceptible de ser medida y apreciada exactamente; con tal fin se colocó un aparato en la bomba de aire que, controlando el número de emboladas, permitía apreciar el gasto de vapor, de un tren expreso en la pendiente del Tabón.

El resultado de los experimentos comprobó que la cantidad de vapor gastado, o sea el trabajo necesario para frenar, es prácticamente despreciable.

En estas condiciones cuando $i > r_o + C$ el valor de $r_1$ debe tomarse igual a cero. $r_1 = 0$.

En el caso que se trate de estudiar tracción eléctrica, no se puede aceptar $r_1 = 0$, pues en las bajadas hay regeneración de energía, lo que constituye una de las características de ese sistema de tracción.

Es conveniente tener presente que cuando la pendiente i tiene una longitud muy pequeña, el valor de $r_1$ no puede aceptarse igual a cero y que en tal caso $r_1$ debe aceptarse igual a $r_0 + C$. Para demostrar lo anterior bastará con hacer presente que en tal caso no se cierra el regulador de la locomotora, pues la aceleración que puede adquirir el convoy no llegará a un límite peligroso.

El valor límite de la longitud para la cual debe hacerse $r_1 = 0$, puede aceptarse igual a 100 metros, a pesar de que este límite no ha sido esperimentado exactamente.

En la práctica no se presentan *dudas, debido a que* se toman pendientes medias, que eliminan los trozos de pequeña longitud y que dan suficiente exactitud.

## Aplicación

Adoptados los procedimientos expuestos, se han calculado los coeficientes para el tren Omnibus de Valparaíso-Santiago, valores que pueden verse en el cuadro N.º I.

En los cálculos se han adoptado las fórmulas de resistencias dadas por Franck.

**Ejemplo**: Calcular los coeficientes virtuales relativos a las resistencias de tracción para trenes del mismo itinerario del Omnibus 5 y con pesos de tren de 200 y 160 toneladas.

$$\alpha\, 200 = \frac{1,45 \times 64 \times 9,04 + 2,37 \times 238 \times 3,4}{64 \times 9,04 + 238 \times 3,4} = 1,98$$

$$\alpha\, 160 = \frac{1.45 \times 64 \times 9.04 + 2.37 \times 198 \times 3,4}{64 \times 9,04 + 198 \times 3,4} = 1,94$$

## Coeficiente virtual relativo al consumo de combustible

Se denomina coeficiente virtual relativo al consumo de combustible, a la relación entre el consumo real que origina un tren, comparado con el que se originaría si ese mismo tren recorriera una distancia igual en recta y horizontal.

El consumo de combustible de una locomotora puede dividirse en las partidas siguientes:

A.—Cantidad gastada en el caldeo.

B.—Cantidad gastada para equilibrar las pérdidas de radiación del calor, fugas de aire de la manguera, malos ajustes de las empaquetaduras etc.

C.—Cantidad gastada en los demarrages.

D.—Cantidad de carbón consumido por kilómetro, para vencer las resistencias de la línea en recta y horizontal.

El coeficiente virtual será:

$$\alpha_c = \frac{A + B + C + d\,\alpha\,L}{A + B + C + d\,L} = \frac{K + d\,\alpha\,L}{K + d\,L}$$

$$\alpha_c = \frac{K + d\,\alpha\,L}{K + d\,L} \quad (1)$$

siendo $K = A + B + C$ y
$\alpha$ el coeficiente virtual relativo a las resistencias de tracción.

La fórmula (1) puede transformarse, dividiendo por L se tendrá.

$$\alpha_c = \frac{\frac{K}{L} + d\,\alpha}{\frac{K}{L} + d\,L} = \frac{k + d\,\alpha}{k + d}$$

$$\alpha_c = \frac{k + d\,\alpha}{k + d} \quad (2)$$

Para calcular el coeficiente virtual del expreso Valparaiso Santiago, se tiene que:

$A = 300$ kls.
$B = 180$ » (en 4.5 horas a 40 klgs. por hora)
$C = 200$ » (10 demarrages a 20 kls. cada una)

$K = 680$

$$k = \frac{680}{186} = 3{,}65$$

La cantidad gastada por kilómetro *virtual de resistencia* es de $d = 8$ kilos (tren de 180 tons.)

El coeficiente $\alpha$ para el expreso Valparaíso-Santiago puede calcularse por la fórmula dada anteriormente:

$$P = 64 \quad \alpha_l = 1.33 \qquad r^{lo}_{m} = 12{,}35$$
$$P' = 220 \quad \alpha_t = 2.21 \qquad r^{to}_{m} = 3{,}84$$

$$\alpha = \frac{1{,}33 \times 64 \times 12.35 + 2{,}21 \times 220 \times 3{,}84}{64 \times 12.35 + 220 \times 3{,}84} = 1{,}78$$

Reemplazando todos los valores en la fórmula (2) se tendrá:

$$\alpha_c = \frac{3{,}65 + 1{,}78 \times 8}{3{,}65 + 8} = \frac{17.90}{11{,}65} = 1{,}536$$

que es el coeficiente $\alpha_c$ para el expreso Valparaíso-Santiago.

## Coeficiente virtual relativo a los gastos de Tracción

Se denomina coeficiente virtual relativo a los gastos de Tracción, a la relación entre el gasto efectivo que se origina en la tracción de un tren, comparado con el gasto que se originaría para trasladarlo en una línea de igual longitud, recta y horizontal.

Los gastos originados en el servicio de Tracción, pueden dividirse en la forma siguiente:

1.º).—Jornales.

2.º).—Lubricantes.

3.º).—Conservación y reparación.

4.º).—Agua.

5.º).—Combustible.

Llamando A, B, C, D y E los gastos que se originan para movilizar un tren o una serie de trenes de igual peso y sentido, el coeficiente virtual quedará dado por la expresión:

$$\alpha_g = \frac{A + B + C + D + E}{A + B + C^1 + D^1 + E^1}$$

Los Gastos A y B. pueden considerarse proporcionales a la longitud, y los C, D y E son proporcionales a los coeficientes virtuales respectivos.

Denominando c, d y e los gastos por kilómetros en recta y horizontal, el coeficiente virtual $\alpha_g$ quedará dado por la expresión:

$$\alpha_g = \frac{A + B + [c\,\alpha_r + d\,\alpha_a + e\,\alpha_c\,]\,L}{A + B + (c + d + e)\,L}$$

Dividiendo por L i reemplazando $\frac{A + B}{L} = k$

la fórmula se transformará en:

$$\alpha_g = \frac{k + c\,\alpha_r + d\,\alpha_a + e\,\alpha_c}{k + c + d + e} \qquad (1)$$

Los coeficientes $\alpha$ a y $\alpha$ c que corresponden al agua y carbón, se calculan por el procedimiento expuesto anteriormente. En cuanto al coeficiente $\alpha$ r puede decirse que es difícil de calcular y que varía con la resistencia de tracción y con la forma del perfil y es dependiente de las calidades del agua.—Su valor puede estimarse comparando dos trazados en explotación.

Para poder conocer los gastos parciales que se originan en cada partida se hace necesario tener implantado un sistema racional de repartición de gastos.

Debido a las muchas dificultades que se presentan para separar los gastos invertidos en cada locomotora y en cada servicio, no se pueden dar a conocer valores de los coeficientes k, c, d y e.

## Conclusiones

a).—El coeficiente virtual relativo a las resistencias de Tracción, sólo es de utilidad para el cálculo de los coeficientes relativos a consumo de combustible, agua, etc.

b).—Para la comparación de dos trazados de ferrocarril, sólo interesa el coeficiente relativo a los gastos de tracción.

c).—En la actualidad, dado el sistema de repartición de gastos, en uso en la Empresa del Ferrocarril Chileno, es imposible conocer exactamente los coeficientes relativos a los gastos de tracción originados en cada servicio pasajeros y carga.

d).—Los coeficientes relativos a los gastos de tracción *son muy inferiores* a los coeficientes relativos a las resistencias de tracción; coeficientes, estos últimos, *que se emplean con frecuencia erróneamente para la comparación de dos trazados*.