SOBRE UN MÉTODO

sencillo de triseccion de los ángulos

Ha sido de moda, en estos últimos tiempos, encontrar soluciones para trisecar los ángulos cualesquiera, i dar estas soluciones como absolutamente exactas, jeométricamente hablando. Ademas, la solucion se conseguiria por medio de la regla i del compas, es decir por medio de los dos elementos de que dispone i que admite la jeometria de Euclydes.

No es estraño que me haya dejado arrastrar por esta corriente trisectora, i presente una solucion nueva. Puede ser mui bien que ya sea conocida. En este caso mi ignorancia tiene la culpa. Esta solucion, nueva o vieja, tiene la ventaja de dar no la triseccion del ángulo (*un ángulo cualquiera*), aproximadamente, despreciando lo que en cálculo infinitesimal serian cantitidades pequeñas de 1.° o 2.° órden, (i algunas veces cantidades apreciables); pero una triseccion verdadera, una triseccion en TRES PARTES IGUALES, jeométrica i matemáticamente hablando, como lo pretenden todos los procedimientos que he visto publicados hasta la fecha, en los últimos años, i que no han alcanzado sino aproximadamente, i con una exactitud sobre la cual las deficencias del dibujo solo podrian dejar alguna ilusion.

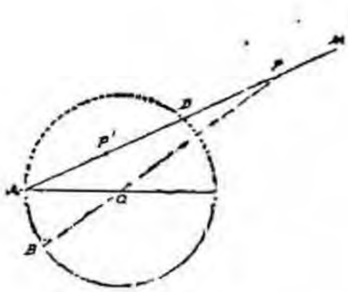
Cierto es que el procedimiento que voi a esponer necesita de otra cosa que la regla i el compas, por este motivo, no será una solucion segun las reglas Euclydianas, pero este accesorio indispensable es tan fácil en su construccion, i puede conseguirse con tanta exactitud, que el procedimiento, en si mismo, es absolutamente exacto, i depende solo de la mano del dibujante.

Pero, lo repito, el procedimiento no está fundado en la jeometria puramente elemental. Lo confieso, i le doi la importancia que puede tener para prevenir objeciones. Pero, aseguro que el procedimiento es exacto por medio del aparato accesorio que es sencillo.

* * *

Todos los que se ocupan o se han ocupado de jeometria analítica saben lo que es el caracol de Pascal, el caso mas jeneral de la concoïda. Esta curva consiste en lo siguiente:

Se dá un círculo i un punto A sobre este círculo. Por el punto A se traza una serie de secantes, tales como A D M, i sobre esta secante, al rededor de D, se toman largos iguales i cualquieras, pero siempre constante para la misma curva, D P i D P′.



El lugar jeométrico de todos estos puntos es una concoïda llamada en el caso actual caracol, e ideada por Pascal.

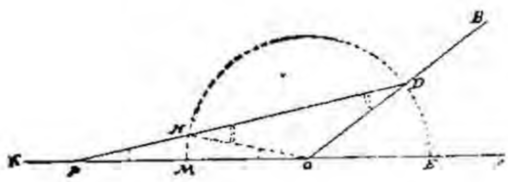
La parte de la curva que nos interesa es la que corresponde a los puntos P de fuera de la circunferencia.

La forma especial de la curva depende, naturalmente, del valor de la cantidad constante que se tome sobre la secante, así es que, segun que esta constante sea mas grande, igual o menor que el diámetro del círculo, la curva afecta la forma de una concha ordinaria, completamente esterior al círculo, o de una concha que tiene un punto comun con la circunferencia, punto singular en el punto fijo de la secante, o en fin una concha deformada, con bucla interior a la circunferencia.

En el caso particular en que la constante sea *igual al radio*, la bucla interior pasa por el centro de la circunferencia, La parte de la curva esterior al círculo, es de la que únicamente nos ocuparemos.

* * *

Pasemos ahora al ángulo que debemos trisecar, i que parece hemos olvidado.



Sea B O A dicho angulo. Del vértice O como centro trazo un círculo de radio cualquiera. Despues, por el punto D (fijarse bien en esto), *supongo* que se traze una línea D N P de tal modo que la parte exterior a la circunferencia N P sea igual al radio, estando naturalmente el punto P, sobre A O prolongado. Si se tira la línea N O, el ángulo M P N es igual a M O N, así es que O Y D igual a 2 veces M P N.

El ángulo O N D es igual a N D O, así es que el ángulo B O A es igual a N D O + O P N, en realidad tres veces O P N.

Inversamente, el ángulo O P N es la tercera parte de B O A.

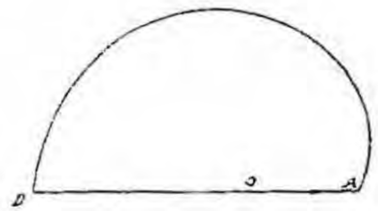
El problema quedaria entonces resuelto, si podemos trazar D N P.

Pero, si nos referimos al 3° tipo de caracol, se ve que el punto P está situado sobre un caracol en que la constante (tomada al esterior) seria igual al radio, i sobre uno de los lados del triángulo. Así es que basta trazar el caracol en cuestion, i despues, buscar su interseccion con la línea A P, es decir, con uno de los lados del triángulo.

Así es que la solución es sencilla, como lo dije al principio, pero no pertenece a la jeometría puramente elemental, a la jeometría de Euclides.

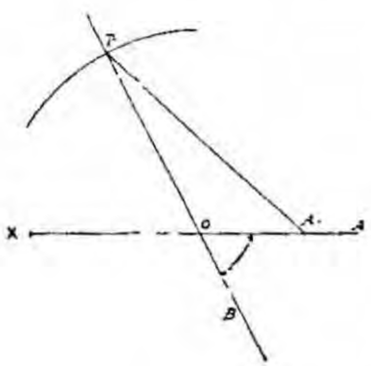
Sin embargo, es prácticamente tan sencillo trazar la curva caracol, que la solucion llega hasta tener un carácter especial de practicabilidad.

Para simplificar mas el problema, i como la triseccion del ángulo, es independiente del radio de la circunferencia directriz del caracol, he construido curvas metálicas, cuya forma (reducida) está representada por la figura al márjen i que sirvan, lo mismo que trasportador, para la resolucion del problema de la triseccion.



El uso del aparato es el siguiente:

Sea un ángulo *cualquiera* A O B, que hai que dividir en 3 partes iguales.



El aparato tiene marcados sobre su base (ver la figura del caracol) 2 puntos O i A.

Coloco entonces la parte D O A del caracol de tal modo que coincida con O A, haciendo coincidir ademas el punto O del caracol con el vértice O del ángulo. Marco sobre el lado A O, el punto A' donde cae la estremidad de la base del caracol (a la derecha). Prolongo B O hasta P, donde el caracol corta esta línea B O, i junto P con A'. El ángulo A' P O es la tercera ptrte de B O A, i esto *siempre*, cualquier que sea el ángulo A O B.

¿Será el procedimiento inexacto? nó; puesto que en todo caso O P A' = ⅓ A' O B ¿no será tan exacto como cualquiera procedimiento jeométrico? Sí; prácticamente pero con esta diferencia sobre los procedimientos publicados hasta hoi, que el resultado es aplicable a cualquier ángulo *i absolutamente exacto*, salvo, naturalmente los errores inherentes a las imperfecciones del dibujo.

Como el radio O A' es cualquiera basta tener una curva caracol trazada una vez por todas, para poder trisecar un ángulo.

Por este motivo, hice construir con todo el cuidado que requiere la cosa, un caracol en metal, el cual sirve en todos los casos posibles.

Un ejemplar puede verse en el Instituto de Injenieros.

Se puede guardar en el estuche, lo mismo que un trasportador, siendo del mismo tamaño.

Varios compañeros me han preguntado si se puede tambien dividir en 3 partes iguales el ángulo de 180°. Sí; se puede, pero con un artificio.

Si por el punto A' trazamos una perpendicular ā P A' (completar la figura) el ángulo O A' P es lo doble de O P A'. Tenemos en efecto

$$O\,B\,A' + O\,P\,A' = 90^\circ$$

o

$$O\,B\,A' + \frac{a}{3} = 90^\circ$$

$$O\,B\,A' = 90^\circ - \frac{a}{3}$$

ahora, en el triángulo O A' B tenemos:

$$a + 90 - \frac{a}{3} + O\,A'\,B = 180$$

$$\frac{2\,a}{3} + 90^\circ + O\,A'\,B = 180^\circ$$

$$O\,A'\,B = 90 + \frac{2\,a}{3}$$

asi que el ángulo O A P' será precisamente $\frac{2\,a}{3}$

Si por consiguiente, en lugar de dividir en 3 el ángulo dado A O B se quiere dividir un ángulo doble, no hai necesidad de trazar la figura, sino que se toma el ángulo O A' P como solucion.

Entónces, si el ángulo dado es de 180°, se toma el ángulo de 90° Se triseca por el método ordinario i se toma el ángulo del vector A' P con A' O. Este ángulo es el ángulo ⅓ de 180°.

Es sabido que es 60°, i se puede verificar.

Así es que el procedimiento que indico es cierto cualquiera que sea el ángulo, agudo, obtuso, de 60 grados i aun de 180°.

Aunque no sea una solucion de jeometría elemental pura, (i bien se sabe que *no hai*) el procedimiento es bastante sencillo para merecer ser mencionado, si no es bien conocido hasta hoi dia, pues, con una selcha de metal, se simplifica mucho, siendo en todos los casos tan exacto como lo que se obtiene siempre por medio del dibujo.

M. DORLHIAC.

Santiago, noviembre 25 de 1897.